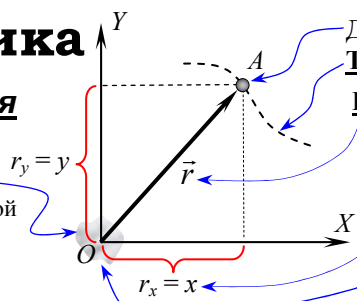


# I. Кинематика

## 1. Основные понятия

**Система отсчета** — совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с телом отсчета, и часов, неподвижных относительно тела отсчета.



Движущаяся точка A

**Траектория** точки A — линия, по которой движется точка.

**Радиус-вектор** — вектор, описывающий расположение точки в пространстве. Это направленный отрезок, проведенный из начала координат в точку, положение которой он задает.

**Координата точки равна проекции радиус-вектора на координатную ось**

**Тело отсчета** — тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

### Скорость точки

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

если  $\vec{v} = \text{const}$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'(t)$$

Перемещение точки за время  $\Delta t$

### Ускорение точки

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

если  $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'(t) = \vec{r}''(t)$$

Изменение скорости за время  $\Delta t$

$\Delta \vec{r}$  — **Перемещение точки** — изменение радиус-вектора (направленный отрезок, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение).

$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$s$  — **путь**, пройденный точкой — длина участка траектории между начальным положением (1) и конечным положением (2), если точка не проходит по одному участку траектории более одного раза (иначе путь находят как сумму путей на отдельных участках).

проекция вектора  $\Delta \vec{r}$  на ось OX

$\Delta r_x = \Delta x = x_2 - x_1$

Проекция перемещения на координатную ось равна изменению координаты

### Среднее ускорение

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Изменение скорости за время  $\Delta t$

### Средний вектор скорости (средняя скорость перемещения)

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор перемещения точки за время  $\Delta t$

### Средний модуль скорости (средняя путевая скорость)

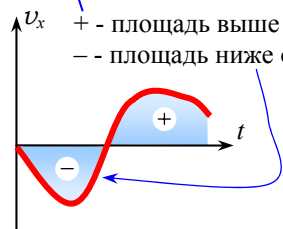
$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

Путь, пройденный за время  $t$

численно

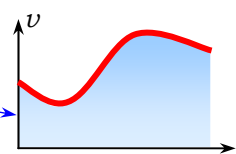
$$\pm S_{\text{под граф } v_x(t)} = \Delta x$$

$u_x$  + - площадь выше оси  $t$   
- - площадь ниже оси  $t$



численно

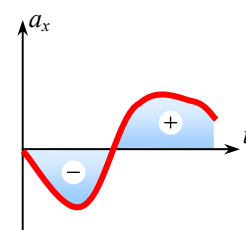
$$S_{\text{под граф } v(t)} = s$$



численно

$$\pm S_{\text{под граф } a_x(t)} = \Delta v_x$$

+ - площадь выше оси  $t$   
- - площадь ниже оси  $t$



## 2. Законы сложения скоростей и ускорений

$$\vec{v}_{m/ncо} = \vec{v}_{m/пco} + \vec{v}_{пco/ncо}$$

Скорость «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) (*переносная скорость*)

$$\vec{v}_{1/2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

Скорость точки (т) относительно «неподвижной» системы отсчета (НСО) (*абсолютная скорость*)

Скорость точки (т) относительно «подвижной» системы отсчета (ПСО) (*относительная скорость*)

Скорость первой точки относительно второй

Скорость первой точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Скорость второй точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Ускорение точки в «неподвижной» системе отсчета (НСО) (*абсолютное ускорение*)

$$\vec{a}_{m/ncо} = \vec{a}_{m/пco} + \vec{a}_{пco/ncо}$$

Ускорение «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) (*переносное ускорение*)

Если ПСО не вращается, движется поступательно относительно НСО

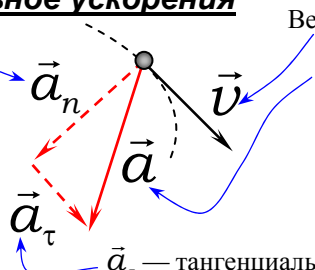
Ускорение точки в «подвижной» системе отсчета (ПСО)

## 3. Нормальное и тангенциальное ускорения

$\vec{a}_n$  — **нормальное ускорение** — составляющая полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Радиус кривизны траектории в той точке, где имеет место данное нормальное ускорение.



Вектор скорости точки

Вектор ускорения («полное ускорение») представляют как сумму двух векторов (*составляющих*), один из которых ( $\vec{a}_\tau$ ) параллелен скорости, а другой ( $\vec{a}_n$ ) перпендикулярен скорости:  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

$\vec{a}_\tau$  — **тангенциальное ускорение** — составляющая полного ускорения, параллельная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения модуля вектора скорости:

$$a_\tau = \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

## 4. Типы движений

### 4.1. Равномерное движение

$(v = \text{const})$  — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути (Вектор скорости не изменяется по модулю, но может меняться по направлению)

$$s = v \cdot t$$

Модуль скорости

Путь, пройденный точкой за время  $t$

#### 4.1.1 Равномерное прямолинейное движение

$(\vec{v} = \text{const})$   
 $(a = 0)$  — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. (Вектор скорости не меняется ни по модулю, ни по направлению)

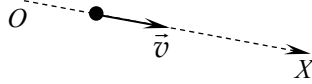
$$s = v \cdot t$$

$$x = x_0 + v_x \cdot t$$

Проекция вектора скорости на координатную ось

Координата точки в начальный момент  $t = 0$

Координата точки в момент  $t$



#### 4.1.2 Равномерное движение по окружности

(равномерное вращение) — движение твердого тела, при котором любая его точка движется по окружности, причем, центры всех этих окружностей лежат на одной прямой перпендикулярной плоскости вращения, и за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.)

$(\omega = \text{const})$

$$s = v \cdot t$$

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Угол, на который тело поворачивается за время  $\Delta t$  (угол измеряется в радианах)

$\omega$  — **Угловая скорость** (измеряется в рад/с)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$R$  — Радиус окружности, по которой движется точка

$T$  — **Период вращения** — время, за которое происходит один полный оборот.

$t$  — время, за которое происходит  $N$  оборотов

$$v = \frac{1}{T}$$

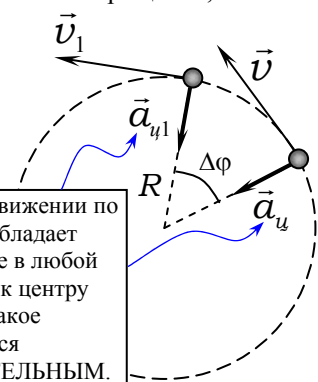
$$T = \frac{t}{N}$$

$\nu$  — **частота вращения** — число, оборотов, происходящих за единицу времени (за 1 секунду). Измеряется в герцах. 1 Гц = 1 оборот/с

При равномерном движении по окружности точка обладает **ускорением**, которое в любой момент направлено к центру этой окружности. Такое ускорение называется **ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫМ**.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$v$  — скорость движения точки  
 $R$  — радиус окружности, по которой движется точка



### 4.2 Движение с постоянным ускорением

$(\vec{a} = \text{const})$

$$\text{При } \vec{a} = \text{const} : \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$v_x, v_y$  — проекции скорости в момент  $t$

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

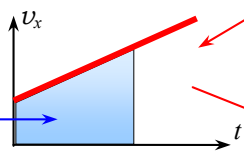
$a_x, a_y$  — проекции ускорения

$v_{0x}, v_{0y}$  — проекции начальной скорости (т. е. скорости в момент  $t = 0$ )

численно

$$\pm S_{\text{под граф}} = \Delta x$$

+ - площадь выше оси  $t$   
- - площадь ниже оси  $t$



$$\Delta \vec{r} = \frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2} t$$

$$\Delta x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$$

$$\Delta y = \frac{v_y + v_{0y}}{2} t$$

$\Delta x, \Delta y$  — изменение координат:

$$\Delta x = x - x_0; \Delta y = y - y_0$$

$x, y$  — конечные координаты

(координаты в момент  $t$ )

$$2a\Delta r = v^2 - v_0^2$$

$$2a_x \cdot \Delta x = v_x^2 - v_{0x}^2$$

$$2a_y \cdot \Delta y = v_y^2 - v_{0y}^2$$

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$x_0, y_0$  — начальные координаты (координаты в момент  $t = 0$ )

#### Форма траектории

при движении с постоянным ускорением:

**Прямолинейная траектория** ( $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  параллельны)

**Параболическая траектория** ( $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  не параллельны)

#### 4.2.1 Равноускоренное движение $\vec{a} \uparrow \vec{v}$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$2a \cdot s = v^2 - v_0^2$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} t$$

#### 4.2.2 Равнозамедленное движение $\vec{a} \downarrow \vec{v}$

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$2a \cdot s = v_0^2 - v^2$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} t$$

$$t \leq t_{\text{ост}} = v_0/a$$



### 4.3 Гармоническое движение

(вдоль оси  $Ox$ )

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \phi_0), \quad v_x = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi_0), \quad a_x = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$x$  — координата колеблющегося тела (смещение от равновесного положения);  $\omega$  — **циклическая частота** колебаний,

$A$  — **амплитуда** колебаний (максимальное смещение)

$\phi = \omega t + \phi_0$  — **фаза** колебаний,  $\phi_0$  — **начальная фаза**.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$a_m = A \cdot \omega^2$  — **максимальное ускорение**  
 $v_m = A \cdot \omega$  — **максимальная скорость**  
 $a_x = -\omega^2 \cdot x$  — **период колебаний** (время одного полного колебания)