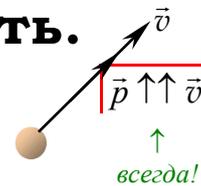


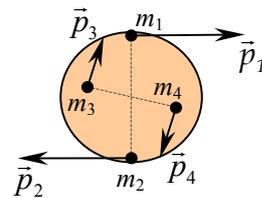
III. Законы сохранения. Работа и мощность.

- Импульс материальной точки** $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ m - масса материальной точки
 \vec{v} - скорость этой материальной точки
- Импульс системы материальных точек** равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$

Пример: импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр
 $\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \dots + \vec{p}_n = 0$



3. Теорема об изменении импульса материальной точки

$$\Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - изменение импульса материальной точки.
 $\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

$$\sum \vec{F} = \text{const}$$

Δt - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы.

Выводится из II закона Ньютона: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. Если $\sum \vec{F} = \text{const}$, то $\vec{a} = \text{const}$ и

$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$ Подставив в уравнение \uparrow и, домножив обе части на Δt , получим ...

4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Из п. 2: $\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 + \dots + \Delta \vec{p}_n = \sum \vec{F} \Delta t$; $\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$



$\sum \vec{F}$ — сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы

Из п.3: $\Delta \vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$, $\Delta \vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$, ... $\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$ — сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \dots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \dots = 0$ — по III закону Ньютона $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$, ...

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

Δt — время, в течение которого действовали силы.

$\Delta \vec{p}_{\text{сист}}$ — изменение импульса системы материальных точек за время Δt

$$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = \text{const}$$



5. Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}'_{\text{сист}} = \vec{p}''_{\text{сист}}$$

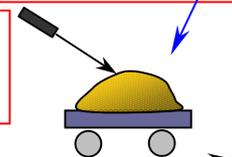
Импульс системы материальных точек сохраняется, если

- Сумма внешних сил, действующих на эту систему **равна нулю**.
- Время** действия внешних сил **мало** так, что импульс системы не успевает существенно измениться - выстрелы, взрывы, соударения, при которых внешние силы малы по сравнению с внутренними силами.

Кроме того,

- сохраняется проекция импульса на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.**

$$p'_{\text{сист}_x} = p''_{\text{сист}_x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \perp OX$$



6. Работа силы

Единица измерения работы в СИ

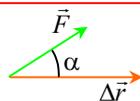
1 Дж = 1 Н·м

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha$$

$A_{\vec{F}}$ — работа силы \vec{F}

$\Delta \vec{r}$ — перемещение материальной точки, на которую действует сила \vec{F} .

$\vec{F} = \text{const}$ (и движение по прямой, в неизменном направлении.)

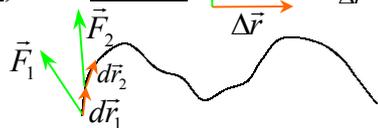


α — угол между силой \vec{F} и перемещением $\Delta \vec{r}$.

$A > 0$, если α — **острый** угол.

$A < 0$, если α — **тупой** угол.

$A = 0$, если $\alpha = 90^\circ$.



Чтобы найти работу не постоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \dots$, чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной. Тогда

$$A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \dots$$

7. Мощность

Единица измерения мощности в СИ
 $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$

$$N = \frac{A}{t}$$

$N = \text{const}$

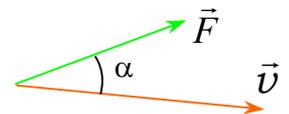
Работа, совершенная за время t .

Если мощность не постоянна, то вычисляется средняя мощность:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t}$$

мгновенная мощность:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad N = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$



8. Механическая энергия

$$E_{\text{мех}} = E_k + E_p$$

Потенциальная энергия — этой энергией обладают тела, на которые действуют консервативные силы: $F_{\text{грав}}$ ($F_{\text{тяж}}$), $F_{\text{упр}}$, $F_{\text{электр}}$

Консервативны, если они неизменны во времени для каждого положения, или являются внутренними для системы.

Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

Силы, работа которых над системой при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы. Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_k^{\text{сист}} = E_{k1} + E_{k2} + \dots$$

Кинетическая энергия системы материальных точек.

Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Кинетическая энергия

материальной точки массой m , движущейся со скоростью v .

Потенциальная энергия — это такая функция от расположения системы, убывь которой при перемещении системы равна работе консервативных сил на этом перемещении. $E_{p1} - E_{p2} = A_{\text{конс1-2}}$

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta E_k = A_{\text{всех сил}}$$

Работа всех сил, действующих в системе.

Изменение кинетической энергии системы

Чтобы вычислить конкретное значение E_p , договариваются в каком положении системы "O" считать $E_p(O) = 0$. Тогда в произвольном положении "M" потенциальная энергия системы $E_p(M) = A_{\text{конс M-O}}$

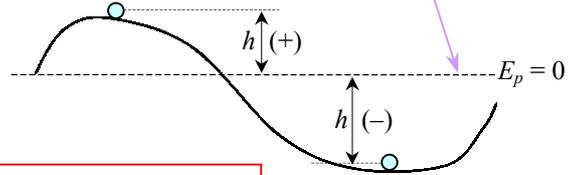
9. Теорема о механической энергии

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{\text{всех сил}} - A_{\text{конс}} = A_{\text{неконс. сил}}$$

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{неконс}}$$

$$E_{p(\text{тяж})} = \pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{\text{упр}} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$



10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ($A_{\text{нек}} = 0$)

$$E'_{\text{мех}} = E''_{\text{мех}}$$

Если $A_{\text{неконс}} = 0$

11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением

$F_{\text{трения скольжения}}$; $F_{\text{сопр. жидк. и г.}}$; $F_{\text{неупруг. взаимод.}}$

тепла.

$A_{\text{внутр. дис}} = -Q$ — не зависит от системы отсчета

$$E'_{\text{мех}} - E''_{\text{мех}} = Q$$

Если $A_{\text{неконс}} = A_{\text{внутр. дис}}$.

12. Методы вычисления работы

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha \quad \vec{F} = \text{const}$$

$$A_{\text{конс1-2}} = E_{p1} - E_{p2}$$

$$A_{\text{тяж}} = mg(h_1 - h_2)$$

$$A_{\text{неконс}} = \Delta E_{\text{мех}}$$

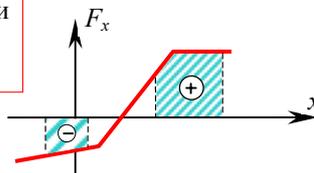
$$A_{\text{упр}} = \frac{k}{2} (\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)$$

$$A_{\text{всех сил}} = \Delta E_k$$

$$A_{\vec{F}} = \pm S \text{ под графиком } F_x(x)$$

Если $\vec{F} \parallel OX$, или $\vec{v} \parallel OX$

Численно "+" — если график выше оси x
 "-" — если график ниже оси x



13. Средняя по времени сила

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{p}_{\text{сист}}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время Δt